MAKOSO, 4.kolo

Matematická korespondenční soutěž, ZŠ Brno, Sirotkova 36, 616 00 Brno, škola s rozšířenou výukou matematiky a informatiky

Jméno, příjmení	Třída	Hodnocení	Pořadí

Termín odevzdání: do 18.11.2016

Pravděpodobnost

Lidé se nad otázkou pravděpodobnosti zamýšlejí již odedávna. V renesanci chtěli obchodníci a finančníci poznat míru rizika a případného zisku zamýšlených transakcí. Hazardní hráči již tušili, že do hry kromě osudu a podvodů zasahují i nějaké zákonitosti. Tento podnět hrál důležitou roli při vzniku nové disciplíny, ***teorie pravděpodobnosti***, která později zasáhla do nejrůznějších oblastí lidské činnosti. Dá se říci, že celý lidský život je jedna velká náhoda. A teď trochu historie Teorie pravděpodobnosti je poměrně mladý obor. V roce 1654 se začal rozvíjet jako samostatná větev matematiky. Příčinou rozvoje byla především korespondence dvou vynikajících vědců té doby - Blaise Pascala a Pierra Fermata. Pojem pravděpodobnost byl používán již za Platóna a starořečtí matematikové se dokonce domnívali, že i přírodní zákony jsou důsledkem celé řady náhodných jevů. Tuto myšlenku dokládají některé verše v Lucretově spisu. Teorie pravděpodobnosti je dnes již pevnou a plně propracovanou součástí rozvětvené rodiny matematických věd. Jak již víme, zabýval se pravděpodobností i francouzský šlechtic, pan Chevalier de Méré. Jeho myšlenky směřovaly k odhalení tajemství hry v kostky. Vymýšlel různé varianty hry a doufal, že tak získá velký majetek. Domníval se, že při čtyřikrát opakovaném hodu kostkou alespoň jednou padne šestka. Pokud v těchto čtyřech pokusech šestka nepadla, vyhrál soupeř. Jelikož ještě nebyla známa matematická disciplína pravděpodobnost, obrátil se rytíř de Méré na svého přítele B. Pascala. Požádal ho, aby rozhodl, zda jsou jeho úvahy správné. Pascal se tímto problémem usilovně zabýval sám, ale zároveň si začal vyměňovat korespondenci se slavným matematikem P. Fermatem. A tak to šlo dál. A co třeba ruleta nebo hra kámen – nůžky – papír. Je vidět, že téma pravděpodobnosti se týkalo v historii především hazardu. Ale není tomu tak i v dnešní moderní době. Svoji úlohu hraje pravděpodobnost třeba v genetice.

A teď něco málo z teorie. Asi základem všeho je tzv. ***klasická pravděpodobnost***, která pracuje s tím, že pravděpodobnost, že něco nastane (jevu), se určí tak že vydělíme počet všech příznivých situací (příznivých jevů) počtem všech možných situací (všech možných jevů). Například, jaká je pravděpodobnost, že při hodu mincí padne orel? Počet příznivých jevů = 1 (orel padne jenom jeden), počet všech možných jevů = 2 (padne buď panna nebo orel, varianta, že mince padne na hranu nebo že se ztratí do této situace nevstupuje ☺). Výsledek je tudíž $P=\dfrac{P(A)}{P(B)}=P(A)\div P(B)=\dfrac{1}{2}=1\div 2=0{,}5\_\,0{,}5\times 100=50\%$, kde P je pravděpodobnost, P(A) je počet příznivých jevů A, jev A=padne orel, P(B) je počet všech možných jevů, jev B = padne panna nebo orel. Pravděpodobnost, že padne orel, je tudíž poloviční. V7sledek může být zapsán ve formě zlomku nebo desetinného čísla nebo pomocí procent. Pozor, tento vztah platí pouze, že všechny možné jevy mohou nastat za stejné pravděpodobnosti!

Dalším druhem příkladů může být tato situace ***(součtový zákon***). Na stanici tramvaje Česká staví tyto tramvaje: 4, 5, 6, 3, 11. Pan Novák může použít tramvaje 5 nebo 6. Předpokládáme, že všechny tramvaje jezdí ve stejných intervalech. Jak vypočítáme pravděpodobnost, že jako první přijede na stanici tramvaj, kterou pan Novák může jet? Už víme, že pravděpodobnost vychází z počtu příznivých případů a počtu všech možných. Příznivé možnosti jsou dvě (přijede tramvaj číslo 5 nebo tramvaj číslo 6), všech možných případů je pět. Pravděpodobnost tedy je

$P = \frac{P(A)}{P(B)} + \frac{P(C)}{B} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = 0{,}2 + 0{,}2 = \frac{2}{5} = 0{,}4 \_ 0{,}4 \times 100 = 40\%$. Druhým typem složitější úlohy je následující zadáni (***pravidlo o násobení pravděpodobností***), jedná se o dva nezávislé jevy, které mají nastat). Házíme-li jednou mincí, pravděpodobnost, že padne orel je 0,5 . Jaká je pravděpodobnost, že při hodu dvěma mincemi padne na obou mincích orel? Pravděpodobnost padnutí rubu u obou mincí je rovna součinu pravděpodobností obou jevů, tzn. $P = \frac{P(A)}{P(B)} . \frac{P(A)}{B} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 0{,}5 \times 0{,}5 = \frac{1}{4} = 0{,}25 \_ 0{,}25 \times 100 = 25\%$.

Jenom pro upřesnění, hodnota pravděpodobnosti nepřesáhne nikdy hodnotu 1 nebo 100%.

Tak a teď do práce. Hodně zdaru….

Úloha č. 1

Určete pravděpodobnost, že při hodu hrací kostkou padne sudé číslo.

Úloha č. 2

V neprůhledném sáčku je 10 kuliček - 6 modrých, 3 červené a 1 bílá. Vypočítejte pravděpodobnost, že bude tažena kulička modrá nebo bílá.

Úloha č. 3

Vypočtěte pravděpodobnost, že při hodu dvěma hracími kostkami padne součet alespoň 8 (pozn. Např. součet 3 může nastat dvěma možnostmi 1 + 3 a 3 + 1)

Úloha č. 4

Jaká je pravděpodobnost, že při hodu třemi mincemi padne orel alespoň jednou?

Úloha č. 5

Vypočtěte pravděpodobnost, že při hodu dvěma hracími kostkami padne dvojice sudých čísel.